

夏期講習 大学受験生数学 レベルチェック【Ⅲ:S系】

次の問いに答えよ。(時間：45分 満点：80点)

- (1) 複素数 z, w が $w = \frac{z}{z-i}$ をみたしている。 z が実数全体を動くとき、 w が動く点の全体は複素数平面上でどのような図形となるか。
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left(2 \sin \frac{\pi}{x} - \sin \frac{2\pi}{x} \right)$ を計算せよ。
- (3) $x > 0$ における $\frac{\log x}{x}$ の増減を調べることで、 $\sqrt{5}^{\sqrt{7}}$ と $\sqrt{7}^{\sqrt{5}}$ との大きさを比較せよ。ただし、 $2.7 < e < 2.8$ であることは用いてよい。
- (4) $\int_0^1 \sqrt{4x-x^2} dx$ を計算せよ。
- (5) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{9+x^2}}$ を計算せよ。
- (6) 正の整数 n に対し、 $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx$ とする。 I_{n+2} を n, I_n で表せ。
- (7) $\begin{cases} x = -t^2 + 9 \\ y = -t^2 + 2t + 3 \end{cases} \quad (-1 \leq t \leq 3)$ で表される曲線と x 軸とによって囲まれる図形の面積を求めよ。
- (8) 半径 r の半球型の容器に水が満たされている。この容器を 30° だけ傾けるとどれだけの水が流れ出るか、その体積を求めよ。