春期講習　新高2生数学　レベルチェック

次の問いに答えよ。（時間：30 分）　※　教科書・参考書を見てはいけません。

(1)　三次方程式 $3x^3+x^2-8x+4=0$ を解け。

(2)　$x+y=\sqrt{5}$、$x^2+y^2=3$ のとき、x^4+y^4 の値を求めよ。

(3)　点 $\mathrm{A}(2,-2)$ と放物線 $y=x^2$ 上の点 Q を結ぶ線分 AQ を $1:2$ に内分する点 P の軌跡を求めよ。

(4)　xy 平面上で $x^2+y^2-4\leqq 0$ と $x-y-2\geqq 0$ を同時に満たす領域の面積を求めよ。

(5)　△ABC において、辺 BC を $2:3$ に内分する点を P、AP を $2:1$ に内分する点を Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$、$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(6)　$\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=2$、$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$ のとき、$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直になるとき、実数 t の値を求めよ。

(7)　$x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}=3$（$x>0$）のとき、$x+x^{-1}$ の値を求めよ。

(8)　$\log_2 x+2\log_4(x+3)=2$ を満たす x の値を求めよ。

(9)　三次関数 $y=x^3-6x^2+9x$ の $-1\leqq x\leqq 4$ における最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ。

(10)　2 曲線 $y=2x^2-5x$、$y=-x^2+x+12$ で囲まれる部分の面積を求めよ。